тать, а отношение $\frac{\vartheta}{\operatorname{tg}\vartheta}$ будет убывать. Он считает эту теорему общеизвестной, и мы без труда усматриваем связь ее с некоторыми предшествующими изысканиями, значение которых становится от этого еще более ясным: действительно, $\frac{\vartheta}{\sin\vartheta}$ и $\frac{\vartheta}{\operatorname{tg}\vartheta}$ пропорциональны радиусу-вектору и абсциссе *квадратрисы* (см. стр. 62), так что приведенные нами результаты оказывались естественным образом связанными с изучением этой кривой.

Далее, благодаря вычислению сторон правильных многоугольников, знали, что $\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$, $\operatorname{tg}\frac{\pi}{8}=\frac{1}{\sqrt{2}+1}$, или же, так как $\sqrt{2}>\frac{7}{5}$, $\operatorname{tg}\frac{\pi}{8}<\frac{5}{12}$. Отсюда можно вывести для определения $\sin 3°$ или $\sin\frac{\pi}{60}$:

$$\sin\frac{\pi}{60}>\frac{1}{10}\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{20}$$

и

$$\sin\frac{\pi}{60}<\operatorname{tg}\frac{\pi}{60}<\frac{2}{15}\cdot\frac{5}{12}=\frac{1}{18};$$

откуда приближенно

$$\sin 3°=\frac{1}{19}.$$

Благодаря двойному неравенству

$$\sin V<\vartheta<\operatorname{tg}\vartheta,$$

которое греки выражали следующим образом: периметр вписанного многоугольника меньше, а периметр описанного многоугольника больше длины окружности — этот метод можно применить также для приближенного определения значения π. Таким путем получается:

$$3<\pi<3^1/_2.$$

Вычисления этого рода умели производить уже во времена Антифона и Бризона (стр. 58—59), а зная ошибки последних, научились избегать их. Точно так же в эпоху Эвклида обладали геометрическими методами, позволявшими получать более точные результаты; методы эти состояли в вычислении периметра правильных многоугольников со все большим числом сторон. Правда, Эвклид оставляет нетронутыми иррациональности в выражении сторон многоугольника, ограничиваясь лишь теми случаями, которые ему нужны для построения правильных многогранников, и он совершенно не указывает в своем труде всего того, что можно сделать в этом направлении; но весьма вероятно, что исследователи не ограничивались одними только сторонами указанных многоугольников. К этому же выводу можно притти, рассматривая то, как Аристарх пользуется стороной правильного описанного восьмиугольника $\left(2\operatorname{tg}\frac{\pi}{8}\right)$.